

<b>التمرين الأول (4 نقط):</b>		
<p>نعتبر المتتالية <math>(u_n)</math> المعرفة بما يلي: <math>u_0 = \frac{1}{3}</math> و <math>u_{n+1} = \frac{1+u_n}{3-u_n}</math> لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math></p>	0.5	
<p>(1) بين أن لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math> لدينا <math>0 &lt; u_n &lt; 1</math></p>	0.5	
<p>(2) (أ) بين أن لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math> لدينا <math>u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)^2}{3 - u_n}</math></p>	0.5	
<p>(ب) بين أن المتتالية <math>(u_n)</math> متقاربة.</p>	0.5	
<p>(3) نضع لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math> <math>v_n = \frac{1}{1 - u_n}</math></p>		
<p>(أ) بين أن <math>(v_n)</math> متتالية حسابية محددا أساسها وحدها الأول .</p>	0.75	
<p>(ب) حدد <math>v_n</math> بدلالة <math>n</math> ، واستنتج أن <math>u_n = \frac{n+1}{n+3}</math> لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math></p>	0.75	
<p>(ج) احسب نهاية المتتالية <math>(u_n)</math></p>	0.5	
<p>(4) انطلاقا من أية قيمة للعدد <math>n</math> يكون <math>u_n \geq \frac{1011}{1012}</math> ؟</p>	0.5	
<b>التمرين الثاني (5 نقط):</b>		
<p>(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية <math>\mathbb{C}</math> المعادلة : <math>z^2 - 6z + 13 = 0</math></p>	0.75	
<p>(2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>، نعتبر النقط <math>A</math> و <math>B</math> و <math>C</math> التي أحاقها على التوالي هي <math>a</math> و <math>b</math> و <math>c</math> حيث <math>a = 3 + 2i</math> و <math>b = 3 - 2i</math> و <math>c = -1 - 2i</math></p>		
<p>(أ) اكتب <math>\frac{c-b}{a-b}</math> على الشكل المثلثي .</p>	0.5	
<p>(ب) استنتج طبيعة المثلث <math>ABC</math></p>	0.5	
<p>(3) ليكن <math>R</math> الدوران الذي مركزه <math>B</math> وزاويته <math>\frac{\pi}{2}</math>، ولتكن <math>M</math> نقطة من المستوى لحقها <math>z</math> و <math>M'</math> التي لحقها <math>z'</math> صورة النقطة <math>M</math> بالدوران <math>R</math>، ولتكن <math>D</math> النقطة التي لحقها <math>d = -3 - 4i</math></p>		
<p>(أ) اكتب <math>z'</math> بدلالة <math>z</math></p>	0.5	
<p>(ب) تحقق أن النقطة <math>C</math> هي صورة النقطة <math>A</math> بالدوران <math>R</math></p>	0.25	
<p>(4) (أ) بين أن النقط <math>A</math> و <math>C</math> و <math>D</math> مستقيمية.</p>	0.5	
<p>(ب) حدد نسبة التحاكي <math>h</math> الذي مركزه <math>C</math> ويحول <math>A</math> إلى <math>D</math>.</p>	0.5	
<p>(ج) حدد اللوح <math>m</math> للنقطة <math>E</math> بحيث يكون الرباعي <math>BCDE</math> متوازي أضلاع.</p>	0.5	
<p>(5) (أ) بين أن <math>\frac{d-a}{m-b}</math> عدد حقيقي.</p>	0.5	
<p>(ب) استنتج أن الرباعي <math>ABED</math> شبه منحرف متساوي الساقين.</p>	0.5	

<b>التمرين الثالث (3 نقط) :</b> نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي $h(x) = x + \ln x$			
(1)	بين أن الدالة $h$ تزايدية قطعاً على $]0; +\infty[$	0.5	
(2)	حدد $h(]0; +\infty[)$	0.5	
(3)	استنتج أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً $\alpha$ في $]0; +\infty[$	0.5	
(ب)	أثبت أن $0 < \alpha < 1$	0.5	
(4)	تحقق أن $h\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \alpha + \frac{1}{\alpha}$	0.5	
(ب)	استنتج أن $h\left(\frac{1}{\alpha}\right) > 2$	0.5	
<b>مسألة (8 نقط):</b> نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x) = 2 - xe^{-x+1}$ ليكن $(C)$ منحنى $f$ في معلم متعامد منظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة: 1 cm)			
(1)	احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وأول النتيجة هندسياً.	0.5	
(2)	احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$	0.5	
(ب)	بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم أول النتيجة هندسياً.	0.75	
(3)	بين أن لكل $x$ من $\mathbb{R}$ لدينا $f'(x) = (x-1)e^{-x+1}$	0.75	
(ب)	ضع جدول تغيرات الدالة $f$	0.5	
(4)	احسب $f''(x)$ لكل $x$ من $\mathbb{R}$	0.5	
(ب)	بين أن المنحنى $(C)$ يقبل نقطة انعطاف أفصولها 2	0.5	
(5)	أنشئ المنحنى $(C)$ في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (ناخذ $f(2) \approx 1,25$ )	1	
(6)	حدد القيمة الدنيا للدالة $f$ واستنتج أن لكل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $e^{x-1} \geq x$	0.5	
(7)	باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب : $\int_0^2 xe^{-x} dx$	0.5	
(ب)	استنتج أن : $\int_0^2 f(x) dx = 4 - e + 3e^{-1}$	0.5	
(8)	لتكن $g$ قصور الدالة $f$ على المجال $]-\infty, 1]$		
(أ)	بين أن الدالة $g$ تقبل دالة عكسية $g^{-1}$ معرفة على مجال $J$ يتم تحديده .	0.5	
(ب)	أنشئ المنحنى الممثل للدالة $g^{-1}$ في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$	0.75	
(ج)	انطلاقاً من المنحنى الممثل للدالة $g^{-1}$ ، حدد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{g^{-1}(x)}{x} \right)$	0.25	



(1) نعلم مما سبق أن: (2-ب)  

$$u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)^2}{3 - u_n}$$
 إشارة الفرق  $u_{n+1} - u_n$  هي إشارة  $3 - u_n$  :  
 نعلم أن:  $0 < u_n < 1$  إذن  $3 - u_n > 0$   
 ومنه:  $u_{n+1} - u_n \geq 0$  أي أن  $(u_n)$  متزايدة  
 متتالية  $(u_n)$  متزايدة وبما أنها مكبورة  
 بـ 1 فإنها متقاربة

(3)  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad v_n = \frac{1}{1 - u_n}$   
 (3-أ) ليكن  $n \in \mathbb{N}$  لدينا:  

$$v_{n+1} = \frac{1}{1 - u_{n+1}} = \frac{1}{1 - \frac{1 + u_n}{3 - u_n}}$$

$$= \frac{1}{\frac{3 - u_n - (1 + u_n)}{3 - u_n}} = \frac{1}{\frac{2 - 2u_n}{3 - u_n}}$$

$$= \frac{3 - u_n}{2 - 2u_n} = \frac{3 - u_n}{2(1 - u_n)}$$

إذن:  

$$v_{n+1} - v_n = \frac{3 - u_n}{2(1 - u_n)} - \frac{1}{1 - u_n}$$

$$= \frac{3 - u_n - 2}{2(1 - u_n)} = \frac{(1 - u_n)}{2(1 - u_n)} = \frac{1}{2}$$
 إذن:  
 $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad v_{n+1} - v_n = \frac{1}{2}$   
 ومنه  $(v_n)$  حسابية أساسها  $\frac{1}{2}$  و  $v_0 = \frac{1}{2}$

حساب الحدة الأولى: (يعني  $v_0$ ):  

$$v_0 = \frac{1}{1 - u_0} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$
 (3-ب)  $v_n$  بدلالة  $n$ :  
 بما أن  $(v_n)$  حسابية أساسها  $\frac{1}{2}$  فإن:  
 $(\forall n \in \mathbb{N}); \quad v_n = v_0 + (n - 0) \times \frac{1}{2}$ 
 إذن:  $v_n = \frac{3}{2} + \frac{n}{2}$   
 الاستنتاج: نعلم أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  
 $\frac{1}{v_n} = 1 - u_n$  إذن:  $v_n = \frac{1}{1 - u_n}$

# تصحيح مقترح لموضوع الرياضيات الدورة الاستدراكية - موسم 2020-2021

التعريف الأول:  
 $u_0 = \frac{1}{3}$   
 $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_{n+1} = \frac{1 + u_n}{3 - u_n}$

(1) نبين أن:  
 $(\forall n \in \mathbb{N}); \quad 0 < u_n < 1$   
 من أجل  $n=0$  لدينا:  
 $0 < u_0 < 1 \iff 0 < \frac{1}{3} < 1$   
 وهذا صحيح إذن العبارة  $0 < u_n < 1$  صحيحة.

ليكن  $n \in \mathbb{N}$  نفترض أن:  $0 < u_n < 1$   
 ونبين أن:  $0 < u_{n+1} < 1$   
 لدينا:  
 $0 < u_n < 1 \Rightarrow \begin{cases} 0 < 1 + u_n < 2 \\ -1 < -u_n < 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 < 1 + u_n < 2 \\ 2 < 3 - u_n < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < 1 + u_n < 2 \\ \frac{1}{3} < \frac{1}{3 - u_n} < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0 \times \frac{1}{3} < \frac{1 + u_n}{3 - u_n} < 2 \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 0 < u_{n+1} < 1$$
 إذن العبارة صحيحة من أجل  $(n+1)$ .

وحسب مبدأ البرهان بالترجع لدينا:  
 $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 0 < u_n < 1$

(2-أ) ليكن  $n$  من  $\mathbb{N}$  لدينا:  

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1 + u_n}{3 - u_n} - u_n$$

$$= \frac{1 + u_n - u_n(3 - u_n)}{3 - u_n} = \frac{1 - 2u_n + u_n^2}{3 - u_n}$$
 إذن:  
 $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_{n+1} - u_n = \frac{(1 - u_n)^2}{3 - u_n}$

(2)  $i = \cos(\frac{\pi}{2}) + i \sin(\frac{\pi}{2})$  لدينا

$$\frac{c-b}{a-b} = [1; \frac{\pi}{2}]$$

الاستنتاج: (ب-2)

$$|\frac{c-b}{a-b}| = 1 \Rightarrow BC = AB$$

(د) ABC متساوي الساقين في B

$$\arg(\frac{c-b}{a-b}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

وهذا يعني أن ABC قائم الزاوية في B

وبالتالي:  $\{ABC \text{ مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في } B\}$

(3) K دوران مركزه B وزاوية  $\frac{\pi}{2}$

$$z' - z_B = e^{i\frac{\pi}{2}}(z - z_B) \quad \text{نقلنا: (أ-3)}$$

$$z' = z_B + e^{i\frac{\pi}{2}}(z - z_B)$$

$$= 3 - 2i + i(z - 3 + 2i)$$

$$= 3 - 2i + iz - 3i - 2$$

$$z' = iz + 1 - 5i$$

(ب-3) التحقق:

$$z' = iz + 1 - 5i \quad \text{نقلنا}$$

حيث  $z'$  هو لحن الصورة

$$\text{لدينا: } iz_A + 1 - 5i = i(3+2i) + 1 - 5i$$

$$= 3i - 2 + 1 - 5i = -1 - 2i = z_C$$

$$z_C = iz_A + 1 - 5i$$

وهذا يعني أن C هي صورة A بالدوران

R

$$\frac{2}{3+n} - 1 = -u_n \quad \text{وضعه:}$$

$$\frac{-1-n}{3+n} = -u_n \quad \text{نجد: } \frac{2-3-n}{3+n} = -u_n \quad \text{لدينا:}$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n = \frac{n+1}{n+3}$$

(ج-3) حساب  $\lim u_n$ :

$$u_n = \frac{n+1}{n+3} = \frac{n(1+\frac{1}{n})}{n(1+\frac{3}{n})} \quad \text{لدينا:}$$

$$\lim u_n = \lim \frac{1+\frac{1}{n}}{1+\frac{3}{n}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$u_n = \frac{n+1}{n+3} \quad \text{(4) نقلنا:}$$

$$u_n \geq \frac{1011}{1012} \Leftrightarrow \frac{n+1}{n+3} \geq \frac{1011}{1012}$$

$$\Leftrightarrow 1012(n+1) \geq 1011(n+3)$$

$$\Leftrightarrow 1012n + 1012 \geq 1011n + 3033$$

$$\Leftrightarrow 1012n - 1011n \geq 3033 - 1012$$

$$\Leftrightarrow n \geq 2021 \quad \begin{matrix} "3033" \\ "-1012" \\ \hline = 2021 \end{matrix}$$

اذن أصغر قيمة يأخذها n هي 2021

وبالتالي يكون لدينا:  $u_n \geq \frac{1011}{1012}$   
انتظا قامة القيمة 2021

التبريد الثاني

$$z^2 - 6z + 13 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 13 = 36 - 52 = -16 < 0$$

حلان عديان مترافقان:

$$z_1 = \frac{6-i4}{2} = \frac{2(3-2i)}{2} = 3-2i$$

$$z_2 = \bar{z}_1 = 3+2i$$

$$a = 3+2i; b = 3-2i; c = -1-2i \quad (2)$$

$$\frac{c-b}{a-b} = \frac{-1-2i-(3-2i)}{3+2i-(3-2i)} \quad (أ-2)$$

$$= \frac{-4}{4i} = \frac{-1}{i} = \frac{-i}{i^2} = i$$



3

لدينا :  $(1-5)$

$$\frac{d-a}{m-b} = \frac{-3-4i-3-2i}{1-4i-3+2i}$$

$$= \frac{-6-6i}{-2-2i} = \frac{-6(1+i)}{-2(1+i)} = 3$$

وهذا :  $\frac{d-a}{m-b} \in \mathbb{R}$

(5-ب) بما أن :  $\frac{d-a}{m-b} \in \mathbb{R}$

فإننا نستنتج أن :  $\arg\left(\frac{d-a}{m-b}\right) \equiv 0 [2\pi]$

أي أن :  $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{AD}) \equiv 0 [2\pi]$

وبالتالي :  $(BE) \parallel (AD)$

إن الرباعي ABED له ضلعان متقابلان متوازيان هما  $[AD]$  و  $[BE]$

أي أن :  $|ABED|$  شبه منحرف

التمرين الثالث

$\forall x \in ]0, +\infty[ \quad h(x) = x + \ln x$

(1) لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  لدينا :

$$h'(x) = x' + \ln'(x)$$

$$= 1 + \frac{1}{x} > 0$$

(لأن  $x > 0$ )

وهذا  $h$  تزايدية قطعا على  $]0, +\infty[$ .

(2) لدينا  $h$  دالة متصلة على  $]0, +\infty[$  (مجموع دالتين متصلتين)

وبما أنها تزايدية فإن :

$$h(]0, +\infty[) = ]\lim_{x \rightarrow 0} h(x); \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)[$$

$$= ]-\infty; +\infty[ = \mathbb{R}$$

لأن :  $\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x + \ln x = -\infty$

و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x + \ln x = +\infty$

(4-أ) استقامة A و C و D : لدينا :

$$\frac{c-a}{d-a} = \frac{-1-2i-(3+2i)}{-3-4i-(3+2i)}$$

$$= \frac{-4-4i}{-6-6i} = \frac{4+4i}{6+6i} = \frac{4(1+i)}{6(1+i)}$$

بما أن :  $\frac{c-a}{d-a} = \frac{4}{6} \in \mathbb{R}$

فإن النقط A و C و D مستقيمة

(4-ب) ملاحظ :

لكن  $k$  نسبة التحالي  $h$  مرتبة  $C$  ويعود  $A$  إلى  $D$  وهذا يعني أن :  $h(A) = D$  أي :  $\overrightarrow{CD} = k \cdot \overrightarrow{CA}$

لدينا :  $z_{\overrightarrow{CD}} = d - c = -3-4i - (-1-2i)$

$$= -2-2i$$

ولدينا :  $z_{\overrightarrow{CA}} = a - c = 3+2i - (-1-2i)$

$$= 4+4i$$

نلاحظ أن :  $-2(-2-2i) = 4+4i$

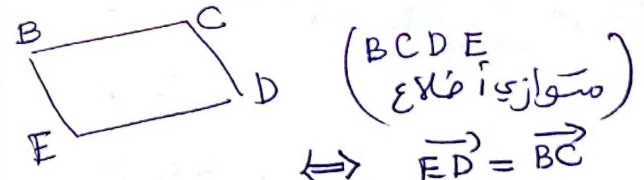
أي أن :  $-2 z_{\overrightarrow{CD}} = z_{\overrightarrow{CA}}$

أي أن :  $-2 \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$

وهذا :  $\overrightarrow{CD} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{CA}$

وبالتالي :  $k = -\frac{1}{2}$

(4-ج) تحديد  $m$  لحق  $E$ .



$\Leftrightarrow d - m = c - b$

$\Leftrightarrow m = d - c + b$

أي :  $m = -3-4i + 1+2i + 3-2i$

وهذا :  $m = 1-4i$  لحق  $E$  هو

(4)

## مسألة

$$(\forall x \in \mathbb{R}); f(x) = 2 - x e^{-x+1}$$

(1) حساب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 

لدينا:

$$f(x) = 2 - x e^{-x} \times e^1$$

$$= 2 - \frac{x}{e^x} \times e$$

ونعلم أنه:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

إذن:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 - 0 \times e$$

$$= \boxed{2}$$

تأويل هندسي:

المستقيم الذي معادلته:  $y = 2$   
مقارب أفقي للمنحنى (C) بجوار  $(+\infty)$ .

(2-1)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - \frac{x}{e^x} e$$

$$= "2 - \left(\frac{-\infty}{0^+}\right) \times e" = \boxed{+\infty}$$

(لأن:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0^+$ )

(2-2) لدينا:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x} - e^{-x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x} - \frac{e}{e^x} = "0 - \frac{e}{0^+}"$$

$$= \boxed{-\infty}$$

تأويل هندسي: (C) يتقبل فرعاً  
شاملاً جميعاً في اتجاه محور الإرتاب  
بجوار  $(-\infty)$ .

(3-1) لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:

$$f'(x) = 2' - x' e^{-x+1} - x(e^{-x+1})'$$

$$= -e^{-x+1} - x(-x+1)' e^{-x+1}$$

$$= -e^{-x+1} + x e^{-x+1} = (x-1) e^{-x+1}$$

(3-1) الاستنتاج:

$$h([0, +\infty[) = \mathbb{R}$$

$$0 \in h([0, +\infty[);$$

وبما أن  $h$  دالة متصلة فإن حسب  
مبرهنة القيمة الوسيطة المعادلة  
 $h(x) = 0$  تقبل حلاً  $\alpha$  في المجال  
 $]0, +\infty[$ .

$\alpha$  وحيد لأن  $h$  تزايدية قطعاً

(3-2) لدينا:

$$h([0, 1[) = ]-\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} h(x)[$$

$$= ]-\infty, 1[$$

$$0 \in h([0, 1[)$$

ومنه:  $\alpha \in [0, 1[$  (لأن  $\alpha$  وحيد)

أي أن:

$$0 < \alpha < 1$$

(4-1) التحقق:

نعلم أنه:  $\alpha$  حل للمعادلة  $h(x) = 0$ 

$$h(\alpha) = 0 \Leftrightarrow \alpha + \ln \alpha = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln \alpha = -\alpha$$

ومنه:

$$h\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{1}{\alpha} + \ln\left(\frac{1}{\alpha}\right)$$

$$= \frac{1}{\alpha} - \ln(\alpha)$$

$$= \frac{1}{\alpha} - (-\alpha) = \boxed{\frac{1}{\alpha} + \alpha}$$

(4-2) الاستنتاج:

$$h\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \alpha + \frac{1}{\alpha}$$

إذن:

$$h\left(\frac{1}{\alpha}\right) - 2 = \alpha + \frac{1}{\alpha} - 2$$

$$= \frac{\alpha^2 + 1 - 2\alpha}{\alpha} = \frac{(\alpha - 1)^2}{\alpha} > 0$$

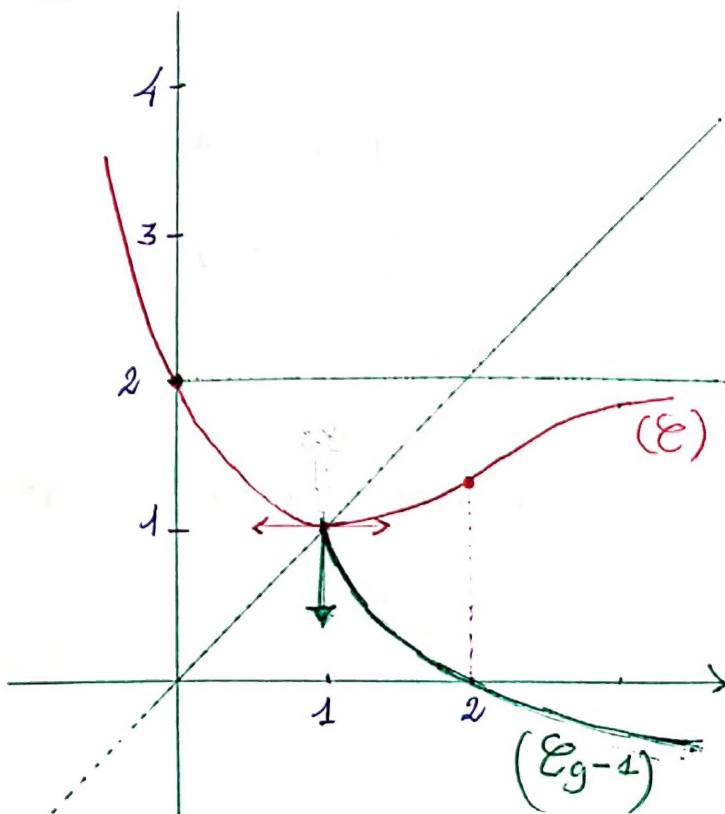
$$(0 < \alpha < 1)$$

$$\boxed{h\left(\frac{1}{\alpha}\right) > 2}$$

وبالتالي:



5



6 من خلال جدول تغيرات  $f$  لدينا :

$f(1) = 1$  قيمة دنيا للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$

$(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f(x) \geq 1$   
كل  $x$  و  $\mathbb{R}$  لدينا :

$f(x) \geq 1 \Leftrightarrow 2 - x + e^{-x+1} \geq 1$

$\Leftrightarrow -x + e^{-x+1} \geq -1$

$\Leftrightarrow x e^{-x+1} \leq 1 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{e^{-x+1}}$

$\Leftrightarrow x \leq e^{x-1} \Leftrightarrow e^{x-1} \geq x$

$(\forall x \in \mathbb{R}) ; e^{x-1} \geq x$

$\int_0^2 x e^{-x} dx$  حساب : (i-7)  
مكاملة بأجزاء :

$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^{-x} \end{cases} ; \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -e^{-x} \end{cases}$

$\int_0^2 x e^{-x} dx = [-x e^{-x}]_0^2 - \int_0^2 -e^{-x} dx$   
 $= -2e^{-2} - 0 - [-e^{-x}]_0^2$   
 $= -2e^{-2} - (e^{-2} - e^0) = [-3e^{-2} + 1]$

3-ب) جدول تغيرات  $f$  :

لدينا :  $f'(x) = (x-1) e^{-x+1}$

وبما أن :  $e^{-x+1} > 0$   $(\forall x \in \mathbb{R})$  :  
فإن إشارة  $f'(x)$  هي إشارة  $(x-1)$  :

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	-	0	+
$f'(x)$	-	0	+
$f$	$+\infty$	1	2

$f(1) = 2 - 1 + e^0 = 2 - 1 = 1$

(i-4) لكل  $x$  و  $\mathbb{R}$  لدينا :

$f''(x) = (f'(x))' = ((x-1) e^{-x+1})'$   
 $= (x-1)' e^{-x+1} + (x-1) (e^{-x+1})'$   
 $= e^{-x+1} + (x-1) (-x+1)' e^{-x+1}$   
 $= e^{-x+1} - (x-1) e^{-x+1}$   
 $= (1 - (x-1)) e^{-x+1} = (-x+2) e^{-x+1}$

لدينا :  $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f''(x) = (-x+2) e^{-x+1}$

4-ب) إشارة  $f''(x)$  هي إشارة  $-x+2$

ولدينا :  $f''(x) = 0 \Leftrightarrow -x+2 = 0$   
 $\Leftrightarrow [x = 2]$

$x$	$-\infty$	2	$+\infty$
$-x+2$	+	0	-
$f''(x)$	+	0	-

بما أن  $f''$  تتعدم :  
وتغير إشارتها في 2 .

نلاحظ (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها .

5) إنشاء (e) .

لأخذ :  $f(2) = 1$  و  $f'(2) = 1$

إن نقطة الانعطاف هي  $A(2, 1, 2)$

الاستنتاج:

$$\begin{aligned}\int_0^2 f(x) \cdot dx &= \int_0^2 2 - x e^{-x+1} dx \\&= \int_0^2 2 dx - e^1 \int_0^2 x e^{-x} dx \\&= [2x]_0^2 - e^1 (-3e^{-2} + 1) \\&= 4 - 0 + 3e^{-1} - e \\&= \boxed{4 - e + 3e^{-1}}\end{aligned}$$

(8) و قُصور  $f$  على المجال  $] -\infty; 1]$ .

يعني أن:  $g(x) = 2 - x e^{-x+1}$  ( $\forall x \in ] -\infty; 1]$ )

(أ-2) لدينا:

$g$  دالة متصلة على  $] -\infty; 1]$ .

$g$  تناقصية قطعاً على  $] -\infty; 1]$ .

إذن  $g$  تقبل دالة عكسية  $g^{-1}$  معرفة

على المجال:

$$J = g(] -\infty; 1])$$

$$= f(] -\infty; 1]) = [f(1); \lim_{x \rightarrow -\infty} f]$$

$$\boxed{J = [1; +\infty[}$$

إذن:

(8-ب) بالتساوي  $(\mathcal{E}_{g^{-1}})$

(انظر الشكل السابق)

(8-ج) متحني الدالة  $g^{-1}$  يقبل

فرعا متلججيا في اتجاه محور

الأزاصل: بحوار  $(+\infty)$  إذن:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{x} = 0$$